

תרגיל 4

1. במלבן ששטחו 1 נמצאים 5 צורות, ששטח של כל אחת מהן $\frac{1}{2}$. הוכיחו כי קיימות
- שתי צורות ששטח החיתוך שלהן לפחות $\frac{3}{20}$.
 - שתי צורות ששטח החיתוך שלהן לפחות $\frac{1}{5}$.
 - שלוש צורות ששטח החיתוך המשותף שלהם לפחות $\frac{1}{20}$.
2. נתון ריבוע 1×1 . עבור איזה M קטן ביותר אפשר להבטיח, שאם מסמנים M נקודות בריבוע אז יהיו שתי נקודות
- שהמרחק בינם אינו גדול מ-1.
 - שהמרחק בינם קטן מ- $\frac{1}{2}$.
3. במישור סומנו N נקודות, כשכל נקודה נמצאת במרחקים שונים מהנקודות האחרות. במהלך הראשון בוחרים נקודה כלשהי, בכל מהלך נוסף לוקחים נקודה מסומנת שהכי רחוקה מהנקודה שנלקחה בתור הקודם.
- הוכיחו, כי במהלך ה- N ובמהלך ה- $N+2$ לוקחים את אותה הנקודה.
 - עבור איזה K קטן ביותר ניתן לטעון, שבהכרח במהלך K בוחרים אותה נקודה כמו במהלך $K+2$? (כמובן, K תלוי ב- N).
4. חרגול נמצא בשדה ריבועי. בכל קפיצה חרגול מגיע לאמצע הקטע, שמחבר אותו עם אחד הקודקודים של השדה. בתוך השדה נמצא תחום היעד של החרגול, שהוא עיגול בעל רדיוס ε . האם החרגול יוכל להגיע לתחום היעד, מכל נקודה בשדה?
5. נתונים $n > 2$ מעגלים שרדיוסיהם 1 ומרכזיהם O_1, O_2, \dots, O_n . אף ישר לא חותך יותר משני מעגלים נתונים.
- הוכח/י כי $\sum_{i < j} \frac{1}{O_i O_j} < \frac{n\pi}{4}$.
 - הוכח/י כי $\sum_{i < j} \frac{1}{O_i O_j} < \frac{(n-1)\pi}{4}$.
6. נתון עיגול ברדיוסו 1. יעל מציירת מצולע קמור שמוכל בעיגול הנתון. יוסי שואל K שאלות מהסוג הבא: הוא מעביר קו ישר, ושואל האם הישר חותך את המצולע. יעל מגלה ליוסי לגבי כל ישר שהוא בחר, האם הישר חותך את המצולע. בהסתמך על המידע הזה, יוסי מנסה לנחש את היקף המצולע של יעל.
- אם $K = 100$, האם יוסי יכול לנחש עם שגייה של פחות מ-0.03?
 - אם $K = 2000$, האם יוסי יכול לנחש עם שגייה של פחות מ-0.003?